

分数の授業実践講座

井手 順二(屋久島町立一湊小学校)

0. 分数ってどんな数？

ある学校での会話

「分数」の学習の最初で、「みんな今日からね。分数を勉強していくんだよ。分数ってどんな数だと思いますか？」と黒板に書くと、ほとんどの子どもたちが「分ける数」「分けた数」と答えてくれました。

すると、あるが自信がないのか心配そうに手を挙げて発表してくれました。「分数って 分と数と書くんでしょ。だからね。分からない数かな」。子どもの発想ってすごいですね。実はドイツ語の慣用句に「分数に入る」という言い方があります。意味は「わけが分からなくなる」という意味です。この子どもの発言を受けて、このドイツ語の慣用句のことも話して「分数ってね。訳が分からなくなるくらい難しいから、みんな勉強頑張っていこうね」と話した覚えがあると担任は話したそうです。

1. では、どのような場面で訳が分からなくなるのでしょうか。

(1) 何をもとに考えたかが大切！

子どもたちは、2～4年生で分数の基礎を学習をし、5年生では、倍分・約分・通分を学習後、異分母分数の加減を学習します。

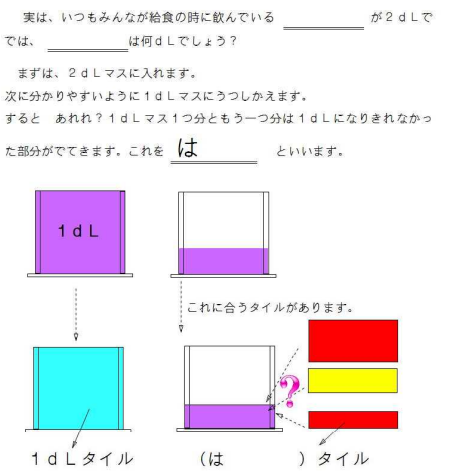
どの学年の導入でも、前時のふりかえりをした後、当該年の内容に入っていくべきだと考えています。ふりかえりというよりも

「学び直し」の意味合いが強いですね。

その意味合いとしての「分数の意味」から学習を組み立てていくようにしています。

流れとしては

- ある液量①を1dLで測っていった帯分数で「1dL」と「はした」とし
- ②このはしたがいくつ分で「1dL」になるかを調べ
 - ③このはしたが「4つ分で1dLになるので「1/4dL」という名前をつけ
 - ④いろいろな「はした」が「何分の1dL」であるかを調べていく。右に画像参照。



分数で大切なことは何をもとにして考えたのかということです。水のかさの分数の場合は単位に何dLがついていますので、「1dL」をもとにして考えることが大事です。

(2) 何をもとにして考えたかが大切

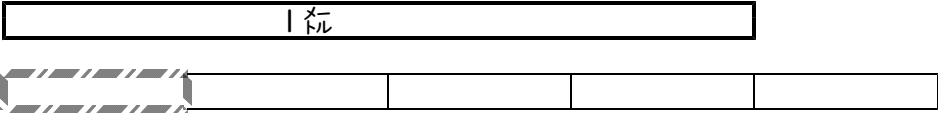
(何をもとにするかが定着していないと6年生でもこういうことが起こります。……)

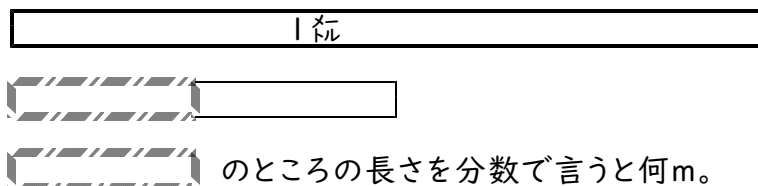
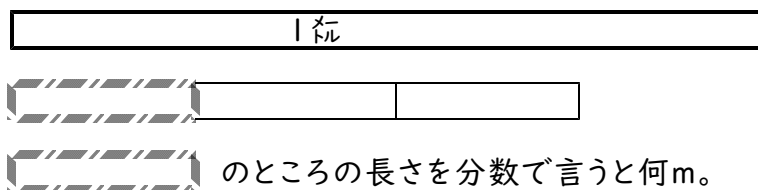
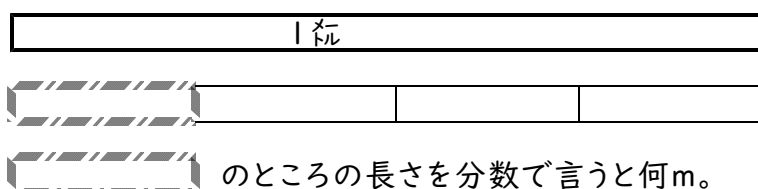
ふぞろいの $1/2$ mの授業

準備 長さがバラバラの白い紙テープ各自1本。1mの赤色紙テープ各自1本

- ① 白いテープで $1/2$ mを作りなさい。
- ・ ただ $1/2$ って半分に切ったんだから長さがバラバラになるのは当たり前。
 - ・ 自分の持っているテープは、みんなのとはちがうんだから、 $1/2$ 切ったら、みんなと同じにならなくていい。
 - ・ $1/2$ mというのは、どんなときでも1mの半分で50cmのことだから、みんな同じにならなければならない。

- ② $1/2$ m + $1/2$ mは、何mかな？
- 子どもの作ったふぞろいの $1/2$ mを二本つなぎ合わせて、それに1m定規をあててみると、計算では1mとなるのに、実際はその通りにならない。おかしい。

- ③
- 
- のところの長さを分数で言うとは何mと言えればいいですか。



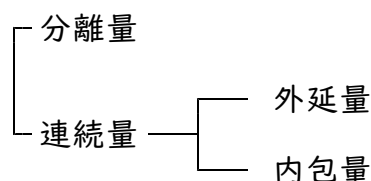
- ④ 水色テープ(45cm)を配って、水色テープで $1/2$ mを作りなさい。
- ・ 水色テープをさっと半分に切る子ども。迷っている子ども。自信をもって何もしない子ども。
「5cm足りません。だから できません」
「 $1/2$ mというのは、1mの半分なんだから、これだと $1/2$ mはできません」
「 $1/2$ mは50cmなんだから、これは45cmで5cm足りないから、 $1/2$ mはできない」

分数は、何をもとにして考えたかで 意見が分かれたりします。特に 量を表す分数(単位がついている)の場合、その1単位をもとにして考えます。そのことに、子どもたちに気づかせることが大切です。

*〈量についての解説〉

量を大切にした指導を

量の分類



量には様々なものがありますが、最も簡単で分かりやすいのは分離量です。

1つ1つがバラバラで、1こ、3本、2ひきのように数字の後に「こ・本・ひき」のような名数がつきます。これらは、もともと1つ1つがバラバラなのでその大きさに関係なく1がはっきりとしています。

これに比べて、連続している量があります。長さ・重さ・広さ・かさなどです。液量はかさになりますが、連続している量ですから、数値化する際にどうしても単位を決めて測り取っていく作業を必要とします。ある液量を測ろうとすると、リットルなりデシリットルをもとにして測っていきませんが、整数値でピッタシ測りきれないことはまれで、多くの場合は測りきれない半端が出てきます。

この半端を処理するのが実は分数なのです。ですから、分数の導入に当たっては、連続量を用いて測定する場面からの導入が自然な考え方になります。

2. 分数のいろいろな顔

① 量を表す分数

$2/3$ というのは、 $2/3\text{m}$ からきた $2/3$ 。もしくは $2/3\text{kg}$ 。あるいは $2/3\text{リ}$ 、そういったもの(連続した量)から抽出(導き出された)された分数。この分数の考え方では、分数はズバリ量そのものの大きさを表す。単位が必ずつきます。

分数は連続量の半端を数値化する必要から生まれてきました。普通単位1で連続量を測っていくときは、ピッタシ整数値で測りきれるのはまれです。普通は測りきれない半端が出てきます。その半端をどのように表すが? このことから分数が生まれました。

対象

1 m

1 m

半端?

単位

--

・量分数では、割合分数のように、二つの整数を並べて割合(関係)として見るものの必要性はありません。 $2/3\text{m}$ はひとつのつながった長さとして、実在の量として考えればいいということになります。これは大変考えやすい。一つのものとして考えることは容易です。しかも、この $2/3\text{m}$ は、実在のもの(目で見ることができる)であり、 $2/3$ は量そのものをあわしていますし、その量の大きさをも表している。

・加減が成立する。連続量の合併としてとらえることができる。 $1/2 + 1/3$ というたし算は、 $1/2\text{m}$ のテープと $1/3\text{m}$ のテープをつないだ長さはいくらかという問題としてとらえることができる。

② 割合を表す分数(割合分数)

割合分数では、分数を二つの分離量の間のある関係としてとらえさせます。二つの数があったとき、例えば2と3という数があったときに、3を1と見たときに 2は $2/3$ と考えます。反対に2を1とみたときには3は $3/2$ になります。2と3を見て、その二つのものの関係から、 $2/3$ という分数を導き出す考え方。

割合分数というのは、2数の関係概念として特に割合として分数を定義した考えかたです。ですから、単位はつきません。

・割合分数では 加減は成立しない。 $1/2 + 1/3 = 2/5$ となってしまう(北海道の高校生)



高 校 生 「 $1/2$ とは、りんごが2こあったうちの1こである」「そうでしょう」

数学の先生 「うん・・・」

高 校 生 「 $3/1$ とは、りんごが3こあったうちの1こ。これは $1/3$ 」

「まちがいないでしょう」

数学の先生 「うーん。・・・」

高 校 生 「そこで $1/2$ と $1/3$ をよせたら、 $2/5$ でしょう」

数学の先生 「??????」

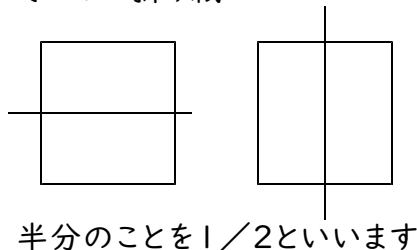
・ 割合分数の弊害(1958年指導要領 割合で分数を教えようとした)
 $2/3$ などの分数を、2と3という二つの整数の関係としてとらえさせよう。

2年「割合の考え方の基礎となることながらについて理解させる」

目標として「～の $1/3$ 」の付きの分数の指導

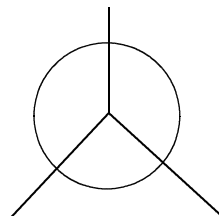
当時2年生の分数の授業

その1 折り紙



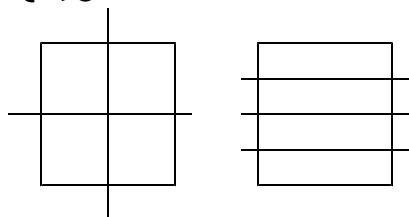
半分のことを $1/2$ といいます

その2



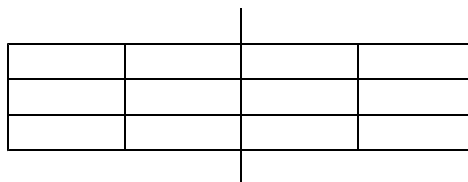
これは3つに分けた
1つ分 これを $1/3$
といいます

その3



4つに分けた1つ分

その4 チョコレート



③ 分数にとって大切なことは、「何をもとにして考えるか?」ということ。

「プールの水 $1/2$ ㍓」と「プールの水 $1/2$ 」

先生「プールの水 $1/2$ ㍓を汲み出すことができる人？」

子ども「はい、はい」

子ども「えーっ、できっかよ」

先生「今 できると言った田中君、何時間ぐらいかかるかな」

子ども「うーん、5時間ぐらい」

子ども「いやいや、24時間ぐらい」

先生「そんなに かかるの? $1/2$ ㍓だよ」

子ども「あっ、分かった。 1 ㍓の半分だ」

先生「 1 ㍓の半分だから、 1 分もかからないよね」

子ども「何だ、だまされた」

子ども「単位に気をつければ いいんだよさ」

先生「じゃあ。今度は プールの水の $1/2$ 汲み出せるかな」

子ども「できない、できない。だって プールの水全部の半分は無理だ」

先生「では、 $1/2$ ㍓と プールの水 $1/2$ のちがい どこに気をつければいいのかな」

子ども「単位、単位」

先生「そうだね、単位に気をつければいいね」

「分数」 柳元 唯さん

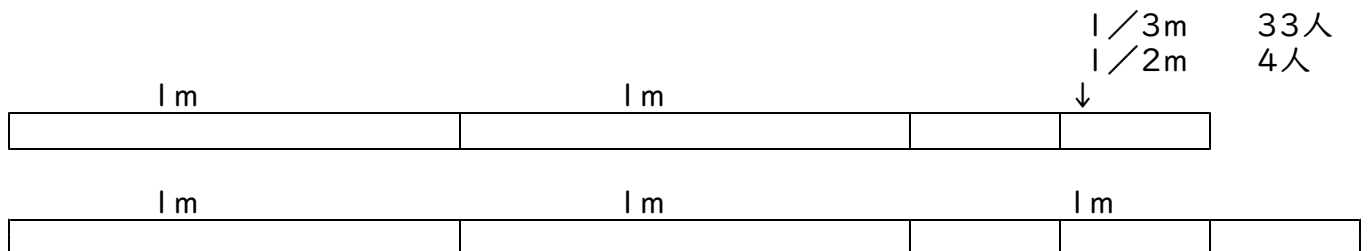
私は、「プールの水 $1/2$ ㍓くめますか?」と聞いたとき、私は分かりませんでした。私はくめない方に手を挙げました。それは、はずれました。だって 1 ㍓を 2 つに分けた 1 つ分だからです。2問目のとき「プールの水の $1/2$ くめますか」と聞きました。私は、くめないと思いました。だって、単位に目をつけないといけません。 $1/2$ では単位はついていませんので。私は、プールの水を 2 つに分けた 1 つ分だから単位をつけないと思いました。

「頭の混乱した分数」 福丸智美さん

今日私は、今までに一番頭の混乱した勉強をしました。特に「プールの水を $1/2$ ㍓くめますか」という問題ができませんでした。でもよく考えてみると、学校のプールじゃなくて、 $1/2$ ㍓の㍓というところが大切だと思いました。なので、cmやデシリットルもちゃんと単位を見て考えなくちゃならないことも勉強しました。

「最後の最後の最後」 小川さとみさん

私は、最初 $1/2$ mだと思っていた。最後の最後まで $1/2$ mだと思っていた。途中プールやりボンの話が出てきた。最初からペットボトルの 1 ㍓を思い浮かべてすぐに答えが分かった。でも、それでも $1/2$ mだと思った。最後の最後「単位は大切だ」と言ったけれども、それでも $1/2$ mだと思った。そして、最後の最後の最後やっと分かった。勉強って楽しいなあと思った。これまでのもおかしいと分かった。



3. 分数の導入は 連続量の測定場面から

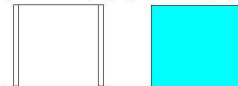
〈液量を測定する〉
準備 色つき水・分数マス・水かさの用紙・10cmの折り紙など

① 1dLになりきれない はしたが いくつ分で1dLになるか調べる

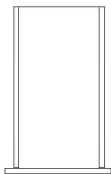
水のかさの分数 2020年 月 日 ()
Name

これからの分数は、マスとタイルを使って 「水のかさ」の分数を考えていく学習を進めていきます。

そのために前使った「1dLマス」と「1dLタイル」



のほかに「2dLマス」という道具も使って学習していきます。



この2dLマスには、1dLタイルが () まい入ります。

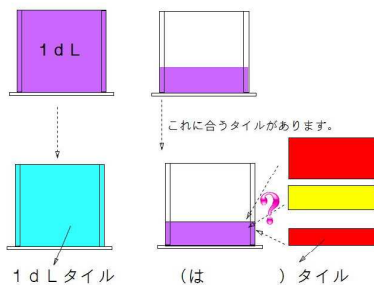
2dLってどのくらい？

- 1 -

実は、いつもみんなが給食の時に飲んでいる が2dLでは、は何dLでしょう？

まずは、2dLマスに入れます。
次に分かりやすいように1dLマスにうつしかえます。
すると あれ？1dLマス1つ分ともう一つ分は1dLになりきれなかつ

た部分がでできません。これを は といいます。



さあ この はしたに合う 「タイル」はどれでしょう？
超能力で当ててみよう！



正解は、・・・ です。

実は、このはしたタイルは、1dLを につに分けた1つ分と同じ

ですので、 dLタイルといいます。

この数字の表し方を といいます。

そしてこのタイル の本当の名前は、 といいます。

- 3 -

② はしたのタイルが4つで1dLになるので 1/4dLと名付ける
ほかの タイルも調べる。

分数タイル 2020年 月 日 ()
Name

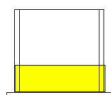
分数タイルは $\frac{1}{4}$ dLタイルだけではなく、いろんな分数タイルがあります。これから いろいろな 分数タイルが $\frac{1}{2}$ dLタイルのか調べていきたいと思

めあて

いろいろな

調べ方

先生から 分数タイルを かりましょう。それは、何分の1の 分数タイルでしょう。



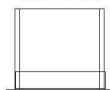
①まず1dLを描きます

②その中に分数タイルをおき線をかきます。

*ヒント
1dLタイルの中に
分数タイルは何枚入る？

何分の1タイル? 2020年 月 日 ()
Name

分数タイルをうつしましょう。何分の1の 分数タイルでしょう？



分数タイルをうつしましょう。何分の1の 分数タイルでしょう？



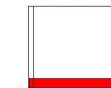
- 1 -

何分の1タイル? 2020年 月 日 ()
Name

分数タイルをうつしましょう。何分の1の 分数タイルでしょう？



分数タイルをうつしましょう。何分の1の 分数タイルでしょう？



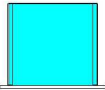
- 3 -

③ 分数タイルの分割分数的表現

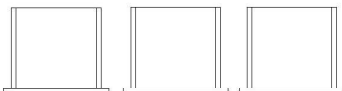
分数タイル 2020 年 月 日 ()
Name _____

ちょっとくわしく $\frac{1}{3}$ dL タイル。

$\frac{1}{3}$ dL を表すのに マスの中に 1 dL タイルを
入れます。



これを 等しく 3 つに分けます。



ですが 1 dL タイル は、プラスチックのタイルですので 上手に等しく
3 つに分けることはできません。しかし、その代わりに、最初から

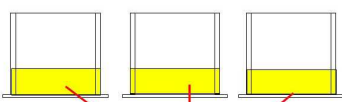
1 dL タイル を、3 つに 分けて いる タイルを さがします。
すると ありました。...

- 1 -

たしかに 1 dL タイルを
3 つに分けて あります。



これを 等しく マスに入れると 下の図の
ようになります。



これも これも これも

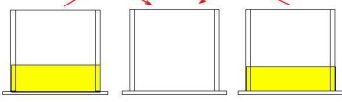
$\frac{1}{3}$ dL

$\frac{1}{3}$ dL は、1 dL を 3 つに分けた 1 つ分
を _____ dL といいます。

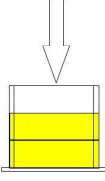
- 2 -

分数タイル 2020 年 月 日 ()
Name _____

では 3 分の 1 dL が 2 つ分では？
3 分の 1 dL を 2 つ分、つまり 3 分の 1 dL タイルを
2 つ分にする



$\frac{1}{3}$ dL $\frac{1}{3}$ dL



$\frac{1}{3}$ dL が 2 つ分で $\frac{1}{3}$ dL

- 3 -

分数の意味

「3 分で 1 デシリットルになるかさ」 「三分の一デシリットルといい」 $\frac{1}{3}$ dL と書きます」

「1 デシリットルを 3 こに分けた 1 つ分」 「三分の一デシリットルといい」 $\frac{1}{3}$ dL と書きます」

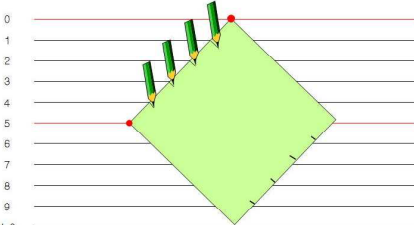
④ 1 タイルを 5 等分割 (平行線群を利用) して、 $\frac{1}{5}$ タイルをつくる。

例えば $\frac{1}{5}$ dL タイルを作るとき



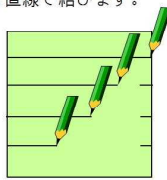
1 つの角を 0 の直線に合わせ
それぞれの直線と
辺が交差する場所に
印をつける。
もうひとつの角を
5 の直線に合わせ

反対側も同じように印をつける。

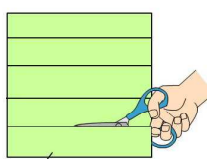


- 2 -

次に両辺の印を直線で結びます。



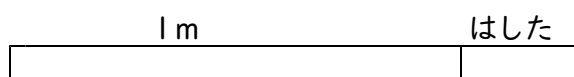
最後にはさみで切れば出来上がり



$\frac{1}{5}$ dL タイルです。

- 3 -

〈長さを測定する〉1と1/4mのテープを測定する。



考えられる操作

はしたが1mの中にいくつはいるかな？

→「4こで1mになる長さを「四分の一」といい」1/4mとかきます」

1mを等分して はしたの長さと同じになる場合を探す

→「1mを4こに等しく分けた1こ分の長さ「四分の一」といい」1/4mとかきます」

量を表す分数の2つの表現（表と裏）

「3こ分で1デシリットルになるかさを 「三分の一デシリットルといい」1/3デシリットルと書きます」
「4こ分で1mになるはしたの長さを 「四分の一」といい」1/4mとかきます」

「1デシリットルを3こに分けた1つ分を 「三分の一デシリットルといい」1/3デシリットルと書きます」
「1mを4こに等しく分けた1こ分の長さ「四分の一」といい」1/4mとかきます」

4. 現行教科書の内容(G社)

	分数の意味など	学習内容	演 算
2年	①折り紙を <u>2等分</u> に折る 「同じ大きさに2こに分けた1この大きさを、もとの大きさの「二分の一」といい、 $1/2$ と書きます」 ②折り紙 <u>4等分</u> の例 正方形に4等分 三角形に4等分 「同じ大きさに4こに分けた1この大きさを、もとの大きさの「四分の一」といい、 $1/4$ と書きます」 ③「 $1/2$ 、 $1/4$ のような数を分数といいます」 ④折り紙の <u>8等分</u> ※家にあるテープの長さの $1/2$ を交換しようと困っている…問題		
3年	①長さの端で分数を導入 1mと端 端は $1/4$ m 「1mを4等分した1こ分の長さを「四分の一メートル」といい $1/4$ mと書きます」 「4こ分で1mになるはしたの長さは、1mを4等分した1こ分の長さと同じです」 ②液量で分数を導入 1Lと $1/3$ L 「3こ分で1Lになるかさは、1Lを3等分した1こ分ののかさと同じです。そのかさは $1/3$ Lです。」 ③「 $1/4$ dLの3こ分のかさを、「四分の三デシリットル」といい。 $3/4$ dLと書きます」 ④「分母は、1mや1Lなどのもとなる大きさを何こに分けたかを表し、分子は、分けたものを何こ集めたかを表しています」 ⑤ 分数の仕組み $6/6=1$ 大小比較 ⑥ 分数と小数 $1/10=0.1$ ⑦ 同分母分数(真分数)の加減 $1/5+2/5$ $7/8-5/8$		
4年	① 1より大きい分数 1と $1/3$ Lで導入 1と $1/3=4/3$ 真分数・帯分数・仮分数の説明 ② 帯分数→仮分数 1と $3/4$ L→ $7/4$ L 仮分数→帯分数 $7/4$ →1と $3/4$ へ 仮分数→整数 1と $3/3$ →2へ ③ 同分母分数の加法 $1/5$ L+ $2/5$ L $3/6$ L+ $4/6$ L 「分母が同じ分数のたし算では、分母はそのままにして分子どうしをたします」 1 と $3/5+2$ と $4/5$ 「帯分数のたし算では、整数部分どうしの和と、分数部分どうしの和を合わせます。分数どうしの和が仮分数になったときは、整数部分にくりあげます」 ④ 同分母分数の減法 $7/8$ L- $4/8$ L 「分母が同じ分数のひき算では、分母はそのままにして分子どうしのひき算をします」 3 と $2/3-1$ と $1/3$ 「帯分数のひき算では、整数部分どうしの差と、分数部分どうしの差を合わせます」 3 と $2/5-1$ と $3/5$ 「帯分数のひき算で、分数部分のひき算ができないときは、ひかれる数の整数部分から1くり下げて計算します」		
5年	① 大きさの等しい分数(倍分) ② 分数の大小 $2/3$ と $3/4$ の大小のくらべ方を考えましょう 「分数の分母と分子に同じ数をかけても、分母と分子を同じ数でわっても、分数の大きさは変わりません」 ③ 通分 $3/4$ と $4/5$ の大小を、大きさの等しい分数に変えて、くらべましょう。 「いくつかの分数を、それぞれの大きさを変えないで、共通な分母になおすことを、通分するといいます」 通分の3パターン $1/4$ と $2/7$ $1/3$ と $2/9$ 1 と $3/4$ と $1/6$ ④ 約分 $24/36$ と大きさが等しい分数で、分母と分子が36と24より小さい分数を見つけましょう 「分数の分母と分子を、その公約数でわって、かんたんな分数になおすことを、約分するといいます」 ⑤ わり算の商と分数 2 L÷3人 3 m÷4等分 ⑥ 分数と整数と小数 $2÷5=2/5$ $2÷5=0.4$ 「整数、小数、分数は、どれも、1つの数直線の上に表すことができます。また、大小もくらべられます」 分数のたし算ひき算 ① 分数のたし算 $1/3$ L+ $1/2$ L 「分母のちがう分数のたし算は、通分して同じ分母の分数にすると計算できます」		

$3/10 + 1/6$ $1/3 + 5/6$ 1 と $1/2 + 1$ と $2/3$
 ② 分数のひき算 $3/4L - 5/8L$
 $5/6 - 3/10$ $7/5 - 5/6$ 2 と $1/2 - 1$ と $1/6$

分数のかけ算とわり算

① 分数×整数 花壇にじょうろで水まき場面

小さいじょうろを使うと1回あたり $2/5$ ㎡まくことができます。3回では何㎡まくことができるでしょうか。

「真分数に整数をかける計算は、分母はそのままにして、分子にその整数をかけて計算します」

1本が1と $2/5$ mのテープを、4本作ります。テープは全部で何m必要ですか。

② 分数÷整数 花壇にじょうろで水まき場面

花壇にじょうろで水をまきます。あるじょうろでは、2回で $4/5$ ㎡まくことができます。このじょうろ1回では何㎡まくことができるでしょうか

$3/4L$ のジュースを作るのに、みかんは5個必要でした。1個あたりでは何L作ったことになるでしょうか。

「真分数を整数でわる計算は、分子はそのままにして、分母にその整数をかけて計算します」

長さが3m、重さが2と $1/4$ kgの鉄のぼうがあります。1mあたりの重さは何kgでしょうか。

6年

分数のかけ算

① 真分数×真分数 へいにペンキを塗っている場面 かけ算で積が減る場面

へいに緑のペンキをぬります。このペンキ1dL当たり $4/5$ ㎡ぬれます。

このペンキ $1/3$ dLでは、何㎡ぬれるでしょうか。

「分数に分数をかける計算は、分母どうし、分子どうしかけて計算します」

	×3	
ぬれる面積(㎡)	$4/5$	?
ペンキの量(dL)	1	3

×3

② 面積に適用 $3/5m \times 3/4m$

「面積は、辺の長さが分数で表されているときも、公式にあてはめて求めることができます」

③ 長さ1mの針金の重さが10gあります。この針がね、1と $1/4$ m・ $2/5$ mの重さは、それぞれ何gですか」

「1より小さい分数をかけると、積は、かけられる数より小さくなります」

④ 3 と $1/7 \times 2$ と $1/10$ の計算のしかたを考えましょう。

「帯分数のかけ算では、帯分数は仮分数になおして計算します」

⑤ 縦 $1/2$ m 横 $6/7$ m 高さ $2/3$ mの直方体の体積を求めましょう。

分数のわり算

① 真分数÷真分数 等分除 わり算で商がふえる場面での導入？

$2/5$ ㎡のへいをぬるのに、青いペンキを $3/4$ dL使います。

このペンキは、1dL当たり何㎡ぬれるでしょうか。

「分数を分数でわる計算は、わる数の逆数をかけて計算します」

ぬれる面積(㎡)	?	$2/5$
ペンキの量(dL)	1	$3/4$

② 真分数÷帯分数 等分除

$2/5$ ㎡のへいをぬるのに、赤いペンキを1と $1/4$ dL使います。

この赤いペンキでは、1dL当たり何㎡ぬれるでしょうか。

「分数のわり算では、小数と同じように、1より小さい数でわると、商はわられる数より大きくなります。

また、1より大きい数でわると、商はわられる数より小さくなります」

③ 帯分数÷真分数 包含除

1と $4/5$ Lの牛乳があります。この牛乳を、家族で1回に $3/5$ Lずつ飲むと、何回飲めるでしょうか。

⑤ 整数÷帯分数 線密度 包含除

針金があります。1mの重さは4と $1/2$ gです。針がね全体の重さは24gです。長さは何あるでしょうか。

⑥ 面積の問題に適用

面積が2と $2/3$ ㎡の長方形の形をした布があります。縦の長さは、1と $7/9$ mです。横の長さは何mでしょうか。

5. 現在の学習指導要領での分数教材の取り扱い方

算数科における内容の移行 分数関係

第5学年 ●分数 × 整数, 分数 ÷ 整数 → 第6学年へ ○速さ ← 第6学年から
第6学年 ○分数 × 整数, 分数 ÷ 整数 ← 第5学年から ●速さ → 第5学年へ

(注) ○…当該学年に移行して入ってきた内容

●…当該学年から移行してなくなった内容

----- *以下「-----」は指導要領, 「-----」は解説・算数編より -----

----- 2年(～2019) -----

「 $\tilde{N}$, $\hat{O}$ など簡単な分数について知ること」

「折り紙やロープなどの具体物を半分になると、元の大きさの $\tilde{N}$ の大きさができる。 $\tilde{N}$ は「二分の一」と読む。これは二つに等分した大きさの一つ分という意味である」

----- 3年(～2019) -----

「分数の意味や表し方について理解できるようにする」

----- 4年(～2019) -----

「分数についての理解を深めるとともに、同分母の分数の加法及び減法の意味について理解しそれらを用いることができること。」

「仮分数や帯分数の加法及び減法についても指導する」

----- 5年(～2019) -----

「分数についての理解を深めるとともに、異分母の分数の加法及び減法の意味について理解しそれらを用いることができること。」

「分数の計算については、真分数をはじめ、仮分数や帯分数を含むものも指導する」

「乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法の意味について理解し、計算の仕方を考え、それらの計算ができること」

----- 6年(～2019) -----

「分数の乗法及び除法の意味について理解を深め、それらを用いることができるようにする。」

----- 2年(2020～) -----

「 $\tilde{N}$, $1/3$ など簡単な分数について知ること」

----- 3, 4, 5, 6年生 (2020～) -----

3, 4, 5, 6年生の分数指導に関して内容的に大きな変更が2点ある。

1つは知識・技能面と思考力・判断力・表現力面に分けて書いてあるということ。例えば

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 簡単な場合について、大きさの等しい分数があることを知ること。

(イ) 同分母の分数の加法及び減法の計算ができること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 数を構成する単位に着目し、大きさの等しい分数を探したり、計算の仕方を考えとともに、それを日常生活に生かすこと。

もつ1つは、数学的活動という文字が入っていることである。分数を抽象的な数として扱う活動を多く取り入れるということか？例えば分数とその加法及び減法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

本当は・・・

これまで、数学教育協議会は小数を中学年で、分数を高学年で扱うことを主張してきた。分数は5, 6年生で扱いたい。それは、小数が整数と同様に十進構造を持っているのに対して、分数は2つの整数の組で表され、しかも、分母が大きくなるほど分数は小さくなるなど、子どもたちにとってやっかいな数だからである。

特に、2年生での真分数の指導は、以前の割合的な分数指導になるのではないかと懸念される。

また、 $\times$ 整数、 $\div$ 整数は5年生、 $\times$ 分数、 $\div$ 分数は6年生と、分断していることも、課題である。

スパイラル指導について・・・

「どうなる？これからの教科書 新学習指導要領と新検定制度で」 発行 子どもと教科書全国ネット21 定価20円 4ページより

3 細切れ学習でわからなくしている

「小学校の分数指導を見ると、2年生で $1/2$ 、 $1/4$ のような簡単な分数の意味、

3年生で $1/5 + 2/5 = 3/5$ のような分子が分母よりも小さい分数の足し算・引き算、

4年生で $3/5 + 4/5 = 7/5$ のような分子の方が大きかったり整数がつく分数の足し算・引き算、5年生で $2/3 + 1/4 = 11/12$ のような分母が違う分数の足し算・引き算と通分約分、

6年生になって分数どうしのかけ算・わり算を教えるように決められています」

このようにばらばらに分けて細切れに教えるよりも、高学年でまとめて教えた方が分数の意味も計算も理解しやすいのでは・・・。

6. 目に見える形(視覚化で)全ての子どもたちに(ユニバーサルデザイン教育)理解させよう

～全ての子どもたちに思考の手がかりとして 分数タイルを使って視覚的に理解させよう～

私たち数学教育協議会では、子どもたちの思考の拠り所としてタイルを用いますが、それは分数指導においても同様です。分数タイルを作ったりすることでイメージが定着しますし、計算の過程や構造を考える上で非常に重要な役目をします。

これは、特別な支援を必要とする子どもたちにとってはもとよりすべての子どもたちにとって言えることです。

まずは、1タイルを平行線群を使って2等分、3等分、4等分、5等分することで、 $1/2$ タイルから $1/5$ タイルまでを揃えます。このようにして分割することで作った分数タイルを使って、液量の測定を行います。子どもたちには1タイルを3まい・ $1/2$ タイルを4まい・ $1/3$ タイルを6まい・ $1/4$ タイルを8まい・ $1/5$ タイルを10まい持たせます。そして、それらを使って液量の測定をします。

また、分数タイルは帯分数と仮分数の関係を考えたり、計算の過程や仕組みを考える上で子どもたちにとっても考える手立てとなることができます。子どもたちは分数タイル・タイル図を駆使して計算の過程を構造的にとらえ「なぜそうなるのか」を考えたり話し合ったりできるようになります。

7. 同分母分数の加法

① 加 法

教科書では、帯分数+帯分数や帯分数-帯分数は軽く扱ってありますが、時間的に余裕があれば、しっかりと教えたいところではあります。しかし、実状は厳しそうです。

帯分数+帯分数(繰り上がりなし)
 $2と2/5 + 2と1/5$

帯分数+帯分数(繰り上がりあり)
 $3と4/5 + 2と3/5$

帯分数+帯分数(繰り上がって整数に)
 $2と3/4 + 3と1/4$

退化型
 $2と3/5 + 1/5$

約分なし
 $2/5 + 1/5$

8. 同分母分数の減法

帯分数-帯分数(繰り下がりなし)
 $3と3/5 - 2と2/5$

帯分数-帯分数(繰り下がりあり)
 $3と1/5 - 1と2/5$

整数-帯分数
 $3 - 1と1/3$

退化型
 $3/5 - 1/5$

9. 倍分・通分・約分

分数の難所をどうするか～倍分・約分・通分～

倍分・約分・通分は分数の学習の中でも難所です。学力テストなどの結果でもよく誤答が現れるのは、この箇所になっています。教科書を見るとやはり数字のみでの指導が多く、倍分にしても約分にしてもなかなかそれらのイメージが定着しにくくなっています。

この時期の多くの子どもたちはイメージで考えますので、ここでもやはり分数タイルを多用して、倍分や約分のイメージを定着させます。

分数タイルの上に縦線の1本入ったTP用紙をかぶせると、倍分ができます。例えば $1/3$ タイルに縦線1本入りのTP用紙をかぶせると $2/6$ になります。約分の場合は逆になります。 $2/6$ タイルから縦線を1本とると $1/3$ になります。子どもたちにも是非TP用紙を渡して実際に作って操作させてみたいところです。

通分の3つの型

A型 ($5/8$. $7/12$) 型

分母の2数が互いに素でもなく、また一方が他方の倍数でもない。

B型 ($1/2$. $3/4$) ($5/6$. $2/3$) 型

分母の一方が他方の倍数である。

C型 ($3/4$. $2/3$) 型

分母の2数が互いに素である。

10. 異分母分数の加法

※異分母分数の加法の型分けを考えるには、真分数か帯分数か・通分の3つのパターンABC・繰り上がりの有無・約分があるかないかという要素でパターン分けを考えます。

計算の型分けについては、「水道方式入門 小数・分数編」国土社 を参考にしてください。

真分数+真分数

	約分あり	約分なし
通分A型	①	④
通分B型	②	⑤
通分C型	③	⑥

①～⑥は指導順序。

① $5/6 + 3/4$

② $1/2 + 3/10$

③ $1/3 + 2/4$

④ $1/6 + 3/8$

⑤ $1/4 + 3/8$

⑥ $3/8 + 2/5$

帯分数+帯分数

① $1と3/10 + 2と5/6$ (帯+帯・通分A型・繰り上がり有り・約分あり)

② $2と1/6 + 1と1/2$ (帯+帯・通分B型・繰り上がり無し・約分あり)

11. 異分母分数の減法

真分数-真分数

	約分あり	約分なし
通分A型	①	④
通分B型	②	⑤
通分C型	③	

①～⑤は指導順序。

※異分母分数の減法の型分けを考えるには、真分数か帯分数か・通分の3つのパターンABC・繰り下がりの有無・約分があるかないかという要素でパターン分けを考えます。

計算の型分けについては、「水道方式入門 小数・分数編」国土社 を参考にしてください。

① $5/6 - 3/4$

② $1/2 - 3/10$

③ $3/4 - 1/3$

④ $3/4 - 7/10$

⑤ $5/8 - 1/4$

帯分数-帯分数

① $3と3/10 - 1と5/6$ (帯-帯・通分A型・繰り下がり有り・約分あり)

② $3と4/5 - 1と7/15$ (帯-帯・通分B型・繰り下がり無し・約分あり)

12. 分数のかけ算

教科書では、帯分数のかけ算は少ししか含まれていません。

×真分数のかけ算は、かけ算して答えが小さくなるパターンです。

帯分数のかけ算も取り入れて型分けを細かくして、一つ一つの型をタイルを使って丁寧に指導していきます。

特に、÷分数の計算上の構造はどとなっているのか。タイルを駆使して子どもに発見させたいものです。

分数のかけ算

「単位当たり量」×「土台量」＝「全体量」

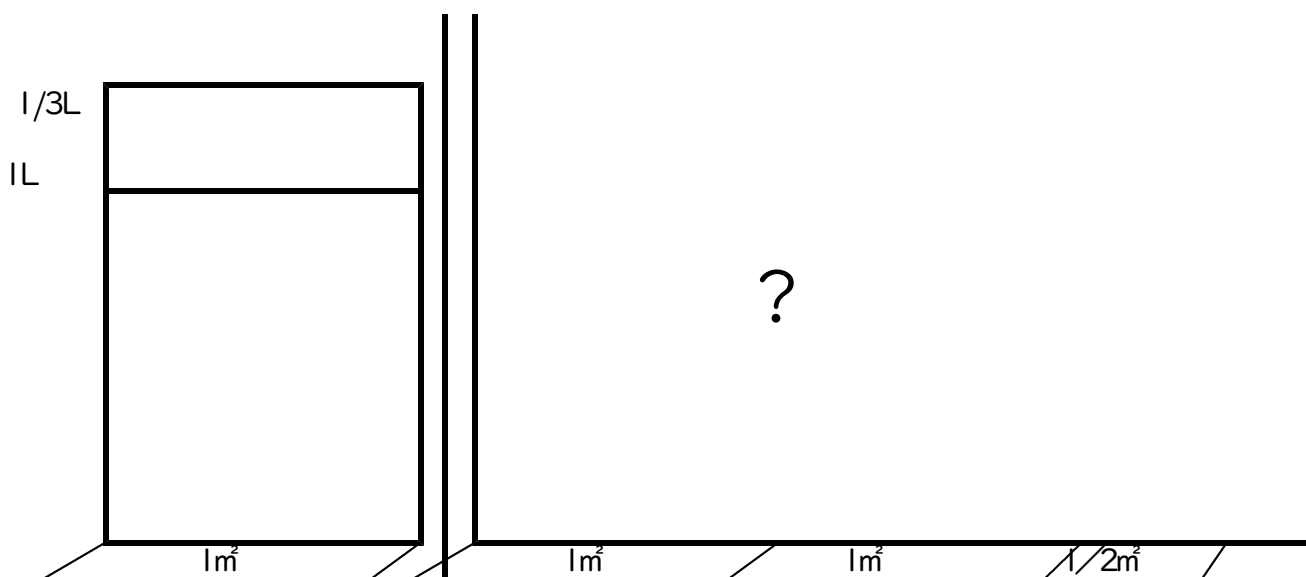
$$1\frac{1}{3}\text{L}/\text{m}^2 \times 2\frac{1}{2}\text{m}^2$$

花壇に水をまいていきます。 1m^2 あたり水を $1\frac{1}{3}\text{L}$ まきます。

花壇は $2\frac{1}{2}\text{m}^2$ あります。

水は 全部で 何L使いますか。

(タイル図)



13. 分数のわり算

わり算でもやはり÷真分数が中心です。÷真分数のわり算では、わり算なのに答えが大きくなってしまいうパターンになります。やはり÷帯分数のわり算も取り入れて、教えていきます。

また、わり算では、「全体量÷土台量＝1当たり量」(等分除)と「全体量÷1当たり量＝土台量」(包含除)の2つ意味があります。数字が表している量は何なのかを意識し立式して、商はどんな量を表しているのか分かるためにも、数字の横には 単位や／をつけるようにします。

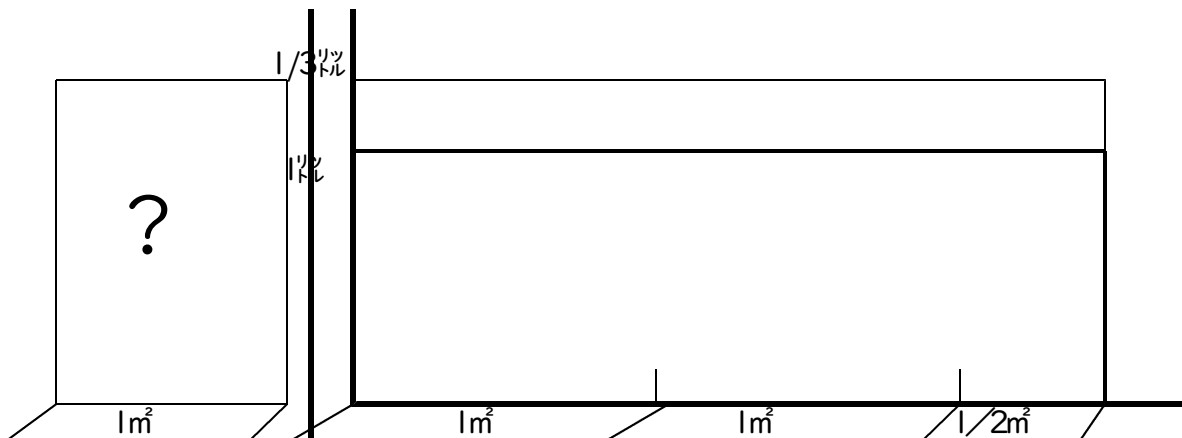
$$1と\frac{1}{3}\text{リットル} \div 2と\frac{1}{2}\text{m}^2$$

壁にペンキを塗ります。ペンキは全部で1と1/3リットルです。

壁は 2と1/2m²あります。

1m²あたり何リットル使いますか。

(タイル図)



15. 中学校の分数

小学校算数での正または0の分数の計算,そして中学校1年生の「正の数・負の数」の単元の学習によって,有理数(分数)の四則は完成する。そしてこの分数いろいろな単元にて登場する。

仲間とされる小数よりも何倍も出場する機会が多い。

正負の数

1. 正の数・負の数 分数×分数の計算

1年 組 名前

- | | | | |
|--|---|-------------------|-------------------|
| ① $(+\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{10})$ | ② $(-\frac{9}{20}) \times (-\frac{8}{9})$ | ① $-\frac{1}{5}$ | ② $-\frac{2}{5}$ |
| ③ $(-\frac{9}{2}) \times (+\frac{1}{15})$ | ④ $(+\frac{4}{9}) \times (+\frac{9}{10})$ | ③ $-\frac{3}{10}$ | ④ $+\frac{2}{5}$ |
| ⑤ $(+\frac{4}{15}) \times (-\frac{5}{6})$ | ⑥ $(+\frac{5}{18}) \times (-\frac{4}{15})$ | ⑤ $-\frac{2}{9}$ | ⑥ $-\frac{2}{27}$ |
| ⑦ $(-\frac{8}{7}) \times (-\frac{7}{9})$ | ⑧ $(-\frac{1}{15}) \times (+\frac{3}{14})$ | ⑦ $+\frac{1}{1}$ | ⑧ $-\frac{1}{70}$ |
| ⑨ $(+\frac{7}{3}) \times (-\frac{9}{7})$ | ⑩ $(+\frac{3}{8}) \times (-\frac{2}{9})$ | ⑨ -3 | ⑩ $-\frac{1}{12}$ |
| ⑪ $(+\frac{8}{15}) \times (-\frac{5}{16})$ | ⑫ $(-\frac{1}{20}) \times (-\frac{2}{5})$ | ⑪ $-\frac{1}{6}$ | ⑫ $+\frac{1}{50}$ |
| ⑬ $(-\frac{10}{9}) \times (+\frac{9}{10})$ | ⑭ $(-\frac{8}{3}) \times (-\frac{3}{16})$ | ⑬ -1 | ⑭ $+\frac{1}{2}$ |
| ⑮ $(-\frac{7}{4}) \times (+\frac{6}{7})$ | ⑯ $(-\frac{9}{15}) \times (+\frac{10}{9})$ | ⑮ $-\frac{3}{2}$ | ⑯ $-\frac{2}{3}$ |
| ⑰ $(+\frac{8}{7}) \times (+\frac{7}{16})$ | ⑱ $(+\frac{10}{14}) \times (+\frac{7}{12})$ | ⑰ $+\frac{1}{2}$ | ⑱ $+\frac{5}{12}$ |
| ⑲ $(+\frac{7}{6}) \times (+\frac{4}{14})$ | ⑳ $(+\frac{4}{15}) \times (-\frac{5}{12})$ | ⑲ $+\frac{1}{3}$ | ㉑ $-\frac{1}{9}$ |

方程式

$$\textcircled{1} \frac{3x-4}{5} = \frac{2x-1}{3}$$

両辺×15

$$\frac{3x-4}{5} \times 15 = \frac{2x-1}{3} \times 15$$

$$\frac{3x-4}{1} \times 3 = \frac{2x-1}{1} \times 5$$

カッコをつける $(3x-4) \times 3 = (2x-1) \times 5$

$$9x-12=10x-5$$

$$-x=7 \Rightarrow x=-7$$

$$\textcircled{2} \frac{3x-4}{5} + \frac{2x-1}{3}$$

$$\frac{(3x-4) \times 3}{5 \times 3} + \frac{(2x-1) \times 5}{3 \times 5}$$

$$= \frac{9x-12}{15} + \frac{10x-5}{15}$$

$$= \frac{9x-12+10x-5}{15} \Rightarrow \frac{19x-17}{15}$$

16. 高校の分数

高校でも同じで,というより高校はほぼ分数の世界

数学I「不等式」

$$(2) \frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{2} > \frac{2x+5}{4}$$

$$4(2x-1) + 6(x+1) > 3(2x+5) \quad \text{両辺に12をかける}$$

$$8x-4+6x+6 > 6x+15$$

$$8x > 13$$

$$x > \frac{13}{8}$$

数学B「数列の和」

68 次の和を求めよ。

$$(1)^* \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{2}{n(n+2)}$$

$$(2) \frac{3}{1^2} + \frac{5}{1^2+2^2} + \frac{7}{1^2+2^2+3^2} + \cdots + \frac{2n+1}{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}$$

$$(3)^* \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}}$$